

# KOMPLEXNÍ SÍTĚ A EVOLUČNÍ ALGORITMY

**Lukáš Tomšů**

Inženýrská informatika, 2. ročník, prezenční studium

Školitel: doc. Ing. Ivan Zelika, Ph. D.

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Fakulta aplikované informatiky,

Nad Stráněmi 4511,760 05 Zlín

tomsu@fai.utb.cz

**Abstract.** V této práci zkoumáme vlastnosti komplexních sítí produkovaných úspěšným evolučním algoritmem Diferenciální evoluce (DE). Numerické simulace různých strategií DE jsou studovány na sadě problémů. Využíváme teorie sítí, abychom popsali charakteristiky těchto sítí. Preferenční připojování, které může vést k vytvoření bezškálových sítí je přítomno v některých DE strategiích. Pokoušíme se identifikovat bezškálovou topologii v komplexních sítích produkovaných těmito DE strategiemi a diskutujeme naše výsledky.

**Keywords.** Diferenciální evoluce, komplexní sítě, evoluční strategie, komplexní systém, mocninný zákon

## 1 Úvod

Teorie sítí a komplexní systémy jsou úzce provázány. Se sítěmi se setkáváme v každodenním běžném životě – topologie webu, elektrická rozvodná síť, buněčné a metabolické sítě, grafy telefonních hovorů, mozek, atd. Síť lze definovat jako systém uzlů vzájemně propojených hranami. Je důležité pochopit a charakterizovat jednotlivé sítě, protože struktura vždy ovlivňuje funkci. Např. topologie sociální sítě rozhoduje o šíření informace či infekční nemoci, topologie elektrické rozvodné sítě ovlivňuje robustnost a stabilitu rozvodu energie.

### 1.1 Studium komplexních systémů

Komplexní systém je systém s velkým počtem částí, které jsou schopné vzájemně se ovlivňovat a reagovat na prostředí, v němž se nacházejí. Interakce mezi jednotlivými částmi se může vyskytovat pouze mezi bezprostředními sousedy, nebo může probíhat i mezi vzdálenými částmi. Jednotlivé části mohou být shodné nebo odlišné; mohou se pohybovat v prostoru nebo setrvávat na fixní pozici a mohou nabývat jednoho ze dvou stavů, nebo existovat v mnoha různých stavech. Společnou charakteristikou komplexních systémů je, že projevují organizovanost bez toho, aby na tento systém byly aplikovány nějaké *externí* organizační vlivy. Celek je mnohem víc, než pouhou sumou svých částí.

Při studiu komplexních systémů narážíme na řadu problémů a omezení. Prvním z nich je:

### **Charakter části komplexního systému**

Komplexní systém typicky sestává z velkého počtu částí; tyto části však na rozdíl od fyzických či chemických problémů nemusí být bez struktury nebo identické.

### **Charakter interakcí mezi částmi**

Typické komplexní systémy mají části, které mezi sebou silně reagují, často nelineárně. Navíc se do těchto interakcí zapojují stochastické komponenty a na systém působí i vliv vnějšího šumu. Další kritický problém představuje fakt, že části jsou propojené v komplexní síti interakcí, které mohou být z větší části neznámé.

### **Charakter působící síly nebo energetického vstupu**

Typický komplexní systém se nachází mimo rovnováhu. Například živé organismy jsou v neustálém souboji se svým prostředím, aby zůstali v jistém nerovnovážném stavu, konkrétně naživu. Sociální a ekonomické systémy jsou také hnány mimo rovnováhu; nová technologie změni poměr sil mezi obchodními společnostmi, teroristický útok změni ekonomická očekávání, atd.

Dalším nezanedbatelným problémem je dynamický vývoj komplexního systému – více viz Teorie sítí.

## **1.2 Nástroje pro studium komplexních systémů**

V současné době se ke studiu komplexních systémů využívá několika základních přístupů.

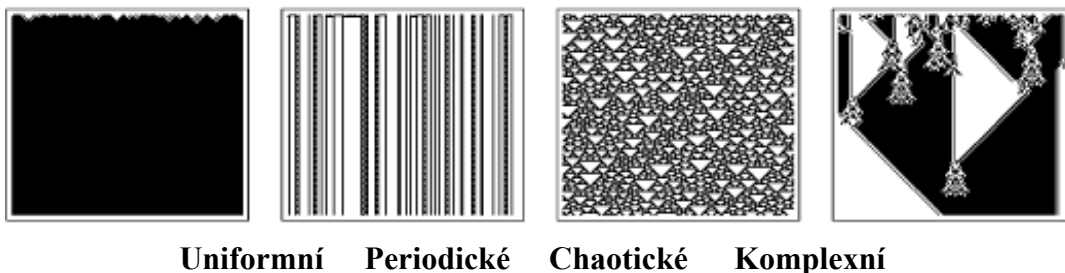
Konkrétně se jedná o:

- Nelineární dynamika a chaos
- Statistická fyzika včetně diskrétních modelů
- Teorie sítí

### **1.2.1 Modelování komplexních systémů**

K modelování komplexních systémů můžeme využít např. buněčné automaty. Ty spadají do kategorie diskrétních modelů. Jednorozměrný buněčný automat je systém, tvořený řetězcem buněk, které nabývají  $v$  hodnot (například  $\{0;1\}$ ), přičemž stav buňky v následujícím kroku je určen stavem  $k$  jejích sousedů v kroku minulém. Počet možných pravidel, která určují jak se bude měnit stav buněk, prudce roste s  $v$  i  $k$ . Různá pravidla mají různý vliv na chování systému. Wolfram (1984) provedl řadu simulací jednorozměrných buněčných automatů a navrhl jejich rozdělení do 4 skupin [13]:

- Uniformní (prázdné, nebo všechny aktivní)
- Stabilní periodické struktury (linie, pulsující struktury)
- Chaotické (vzory s nepředvídatelnou strukturou a neopakující se vzory)
- Komplexní (lokalizované struktury s periodickými ale komplexními vzory)



**Obrázek 1 – Typy chování jednorozměrných buněčných automatů**

## 2 Teorie sítí

Síť je definována jako systém uzlů, které jsou propojeny pomocí spojů. S tímto náhledem můžeme za síť považovat velkou řadu vztahů v přírodě, či jiných oblastech:

- Potravinový řetězec, síť živočišných druhů propojených trofickými interakcemi
- Autonomní nervový systém složitěho organismu, síť neuronů propojená synapsemi
- Síť genové regulace, síť genů propojených vzájemným ovlivňováním a regulačními interakcemi
- Síť proteinů, síť proteinů propojených výskytem ve stejných proteinových komplexech
- Metabolické síť, síť metabolitů propojených chemickými reakcemi

Také sociální síť jsou všudypřítomné, např. jedinci v kontaktu přes e-maily. Dalšími příklady jsou internet, world wide web.

Všechny typy sítí můžeme zahrnout do množiny, která je ohraničena dvěma krajními případy. Prvním z nich je  $n$ -rozměrná mříž, kde je každý uzel propojen s přesně definovanou množinou sousedních uzlů, naopak druhý případ zahrnuje náhodné grafy, kde každý uzel má stejnou pravděpodobnost propojení s libovolným jiným uzlem.

### 2.1 Bezškálové síť

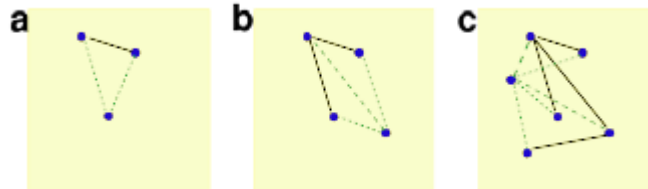
Důležitou charakteristikou grafů, která nebyla vzata v potaz v modelu malého světa Wattse a Strogatze je distribuce stupňů, tj. rozdělení počtu spojení jednotlivých uzlů v síti. Náhodný graf má Poissonovo rozdělení, kdežto síť s mřížkovou charakteristikou mají ještě více určující rozdělení – perfektně uspořádaná mřížka má delta-Diracovu distribuci. Podobně mají i síť malého světa vygenerované pomocí Watts a Strogatzova modelu jasné, jednoškálové rozdělení stupňů, tj. lze snadno určit typický stupeň uzlu, který tvoří danou síť.

Přes tyto teoretické předpoklady zjistili Barabási a jeho spolupracovníci, že velký počet reálných sítí má bezškálovou distribuci stupňů dle mocninného zákona. Tato distribuce byla zjištěna u webové domény, u rozvodné elektrické sítě v Jižní Kalifornii a u dalších reálných sítí [3].

Barabási a Albert se domnívají, že bezškálové síť jsou produktem rostoucí sítě, do které jsou nové uzly preferenčně připojovány k nejvíce zapojeným uzlům, již patřícím k této síti. Konkrétně [2]:

$$p_i(n+1) = \frac{k_i(n)}{\sum_{i=-n_0+1}^n k_i(n)} \quad (1)$$

kde  $n$  je čas a počet uzlů přidaných do sítě,  $n_0$  je počet původních uzlů v síti v čase nula,  $k_i$  je stupeň uzlu  $i$  a  $p_i(n+1)$  je pravděpodobnost nového uzlu, přidaného v čase  $n+1$  připojením k uzlu  $i$ .



Obrázek 2 - Vývoj bezškálové sítě

Obrázek 2 popisuje 3 fáze v časové evoluci minimálního modelu pro generování bezškálové sítě. (a) Začínáme se sítí skládající se ze dvou uzlů propojených spojem. Pak přidáme nový uzel, který může být spojen s libovolným existujícím uzlem. Protože mají oba uzly stupeň jedna, je pravděpodobnost vzniku nového spoje u obou stejná. (b) V následujícím kroku přidáme do sítě nový uzel. Stejně jako v předchozím případě může mezi ním a existujícími uzly vzniknout libovolný spoj. V tomto případě však už pravděpodobnosti vzniku spojů u jednotlivých uzlů nejsou shodné, protože jeden uzel má vyšší stupeň než ostatní. (c) S postupujícím časem se objevuje heterogenní distribuce stupňů uzlů, protože uzly s vyšším stupněm mají větší pravděpodobnost, že budou spojeny s novými uzly [1].

Bezškálové sítě vytvářejí extrémně efektivní prostředí pro komunikaci a navigaci v síti, protože lze relativně snadno dosáhnout jakýkoliv jiný uzel zasiláním informace prostřednictvím „hubů“, vysoce zapojených uzlů. Je důležité uvědomit si, že bezškálové sítě jsou podmnožinou sítí malého světa, neboť:

- Průměrná vzdálenost mezi uzly v síti narůstá extrémně pomalu s narůstající velikostí sítě
- Koeficient shlukování je větší než u náhodných grafů

## 2.2 Rozdělení sítí malých světů

Při studiu vztahu bezškálových sítí a sítí malého světa se objevuje důležitá otázka: „V jakém případě a za jakých podmínek bude omezen mechanismus preferenčního připojování uzlů?“ Preferenční připojování vede ke vzniku bezškálových sítí. Pokud bude tento mechanismus jistým způsobem omezen, vzniknou nové topologie komplexních sítí. Amaral a spolupracovníci ukázali, že preferenční připojování může být omezeno minimálně těmito třemi faktory [1]:

**Stárnutí** – tento efekt může být demonstrován na síti herců. Časem přestane hrát každý herec. Pokud tento fakt aplikujeme na síť, znamená to, že dokonce i velmi vysoce zapojený uzel někde přestane získávat nové spoje. Tento uzel může stále zůstat součástí sítě a podílet se na její funkci pomocí již existujících spojů, ale už nepřijímá žádné nové. Stárnutí tímto způsobem limituje preferenční připojování a znemožňuje tak vznik bezškálové distribuce stupňů.

**Cena přidání spoje a omezená kapacita** – zde k představě využijeme síť světových letišť. Z důvodů efektivity preferují komerční aerolinky, aby většina jejich leteckých tras procházela malým počtem hubů. Toto zjednodušení platí pro jednotlivé aerolinie, ale když vezmeme v úvahu všechny aerolinie, stane se fyzicky nemožné, aby jedno letiště představovalo hub pro všechny aerolinie. Kvůli časovým a prostorovým limitům každé letiště omezí počet přistání/odletů za hodinu a počet přepravovaných osob. Z této skutečnosti vyplývá, že fyzická cena za přidání spoje a omezená kapacita uzlu limituje počet možných spojů připojených k danému uzlu.

**Omezení informací a přístupu** – příkladem může být výběr ochozích odkazů na webové stránce do world-wide-webu. Ačkoliv neexistuje fyzická cena přidání nového odkazu na stránku do vlastní stránky, mohou existovat omezení efektivně blokující přidání odkazů na některé stránky bez ohledu na to, jak zapojené a populární jsou. Příklad takového omezení jsou oblasti různých zájmů – stránka o autodílech pravděpodobně nebude obsahovat odkaz na stránky s náboženskou diskuzí.

Tato rozdílná omezení mohou být zahrnuta do (3):

$$p_i(n+1) = \frac{k_i(n)f(k_i(n), n, i, \dots)}{\sum_{i=-n_0+1}^n k_i(n)f(k_i(n), n, i, \dots)} \quad (2)$$

kde  $f(k_i(n), n, i, \dots)$  je účelová funkce, která může záviset na stupni uzlu  $i$ , na jeho věku a na množství dalších faktorů. [4]

### 3 Diferenciální evoluce

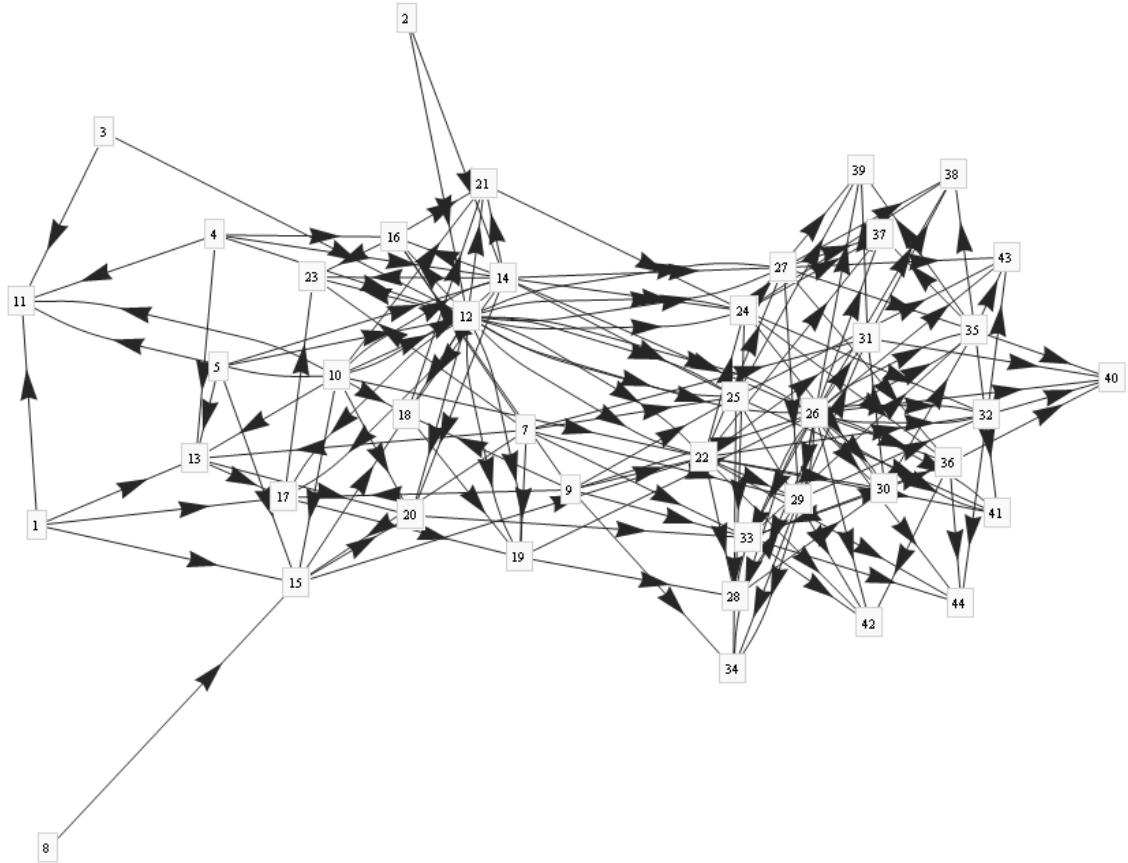
Diferenciální evoluce (DE) je evoluční algoritmus. Pracuje v D-rozměrném prostoru daného problému. Populace má NP jedinců. Tito jedinci jsou D-rozměrné vektory parametrů, které reprezentují možná řešení daného problému. Na začátku jsou tyto parametry náhodně nastaveny v daných mezích. DE pak vyvíjí populaci o NP D-rozměrných jedincích z jedné generace do následující. Tyto vektory jsou možná řešení. V každé generaci G, DE aplikuje mutaci a křížení na všechny jedince, aby byly vytvořeny testovací vektory [7], [8], [9], [10].

Existují různé strategie DE v závislosti na metodě mutace:

$$\begin{aligned} X_{i,G} &= \{x_{1i,G}, x_{2i,G}, \dots, x_{Di,G}\} \\ V_{i,G} &= \{v_{1i,G}, v_{2i,G}, \dots, v_{Di,G}\} \end{aligned} \quad X, V = \text{cílový, mutantní vektor v generaci G}$$

### 4 Komplexní síť generované DE

V tomto článku zkoumáme komplexní síť vytvořené DE. Tyto sítě jsou vytvořeny na základě historie populace v jednotlivých generacích. Každý nově přijatý jedinec je spojen se svými předky, tj. k jedincům, kteří se křížením podíleli na vytvoření tohoto nového úspěšného jedince. (Obrázek 3)



Obrázek. 3 Síť vytvořená “DE/best/2” strategií, testovací funkce De Jong’s 1, NP = 10, G = 10, F = 0.7, CR = 0.6, D = 5

## 4.1 Experimenty

Pro naše experimenty byla vybrána tato strategie:

$$1. \quad \text{“DE/best/2”}: \quad V_{iG} = X_{best,G} + F(X_{r1,G} - X_{r2,G}) + F(X_{r3,G} - X_{r4,G})$$

Tato strategie byla testována na dvou různých testovacích funkcích:

$$\text{Schwefel funkce:} \quad f(x) = \sum_{i=1}^n -x_i * \sin(\sqrt{|x_i|}) \quad (3)$$

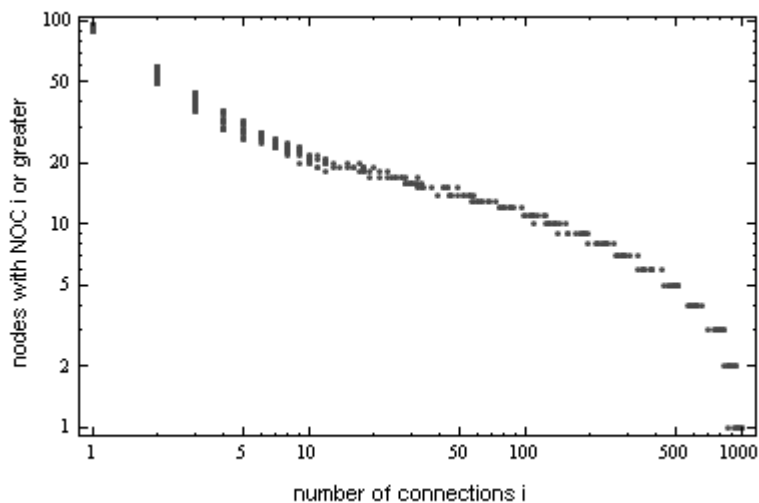
$$\text{De Jong funkce 1:} \quad f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (4)$$

Aplikovali jsme DE na tyto dvě testovací funkce a výsledkem bylo vytvoření komplexních sítí. Histogram četností s rozdělením dle mocninného zákona (což ukazuje na bezškálovou topologii) nabývá tvaru rovné přímky v případě, že je vykreslen v grafu s logaritmickými osami.

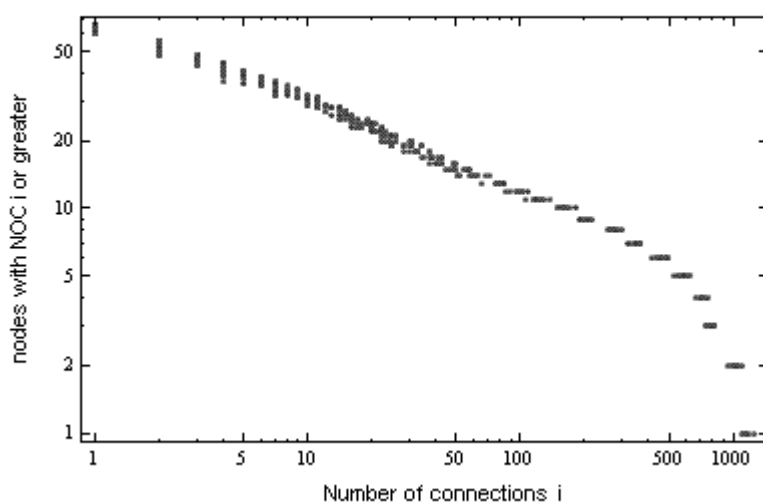
“DE/best/2” strategii jsme zvolili protože používá preferenční připojování. Pokoušíme se zjistit, jestli má vytvořená komplexní síť bezškálovou topologii pomocí logaritmických grafů.

## 4.2 Výsledky

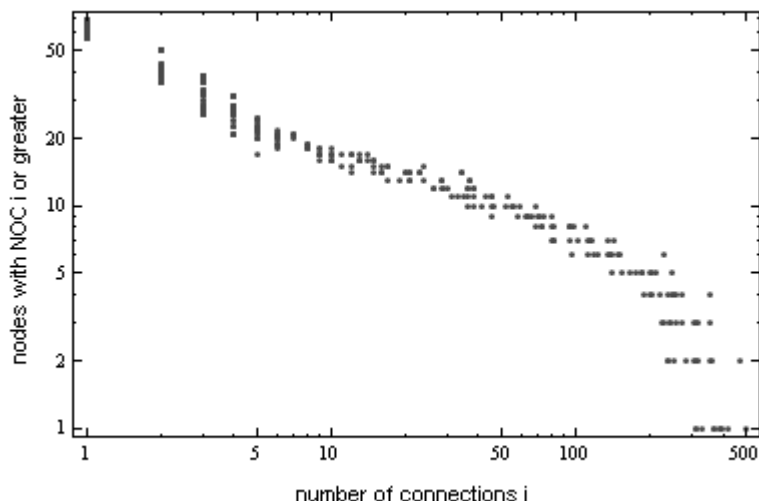
Tato část obsahuje výsledky našich simulací. Na obrázcích jsou logaritmické grafy reprezentující rozložení připojení jednotlivých uzlů (jedinců). Na jejich základě mohla být zodpovězena otázka přítomnosti bezškálové topologie.



Obr. 4: Sloučený výsledek 10 běhů DE “DE/best/2” strategie s parametry:  $D = 15$ ,  $NP = 50$ ,  $F = 0.7$ ,  $CR = 0.6$ ,  $G = 1000$



Obr. 5: Sloučený výsledek 10 běhů DE “DE/best/2” strategie s parametry:  $D = 10$ ,  $NP = 10$ ,  $F = 0.7$ ,  $CR = 0.6$ ,  $G = 5000$



Obr. 6: Sloučený výsledek 10 běhů of 10 runs of DE “DE/best/2” strategie s parametry:  $D = 10$ ,  $NP = 20$ ,  $F = 0.7$ ,  $CR = 0.6$ ,  $G = 1000$

Jak je patrné, na Obr. 4, Obr. 5, Obr. 6 není rovná přímka. Tento fakt naznačuje, že topologie sítě vytvořené DE není úplně bezškálová, ačkoliv během procesu DE bylo přítomno preferenční připojování. Domníváme se, že důvodem pro tento výsledek je proces stárnutí (viz 2.2). Jakmile je nejlepší jedinec v populaci nahrazen novým nejlepším jedincem, bývalý nejlepší už nepřijímá nová připojení preferenčně a výsledný síť tedy nemůže být bezškálová.

## 5 Závěr

Zkoumali jsme komplexní sítě vytvořené DE. Zvolili jsme strategii, která obsahuje preferenční připojování a provedli řadu testů. Naše výsledky naznačují, že topologie vytvořená touto DE strategií není úplně bezškálová. Tento výsledek byl dosažen kvůli procesu stárnutí obsaženém v DE.

### References:

- [1] L.A.N. Amaral and J.M. Ottino, Complex network (Cambridge The European Physical Journal B), Eur. Phys. J. B 38, 147-162 (2004)
- [2] Albert, R., Barabasi, A.-L., Statistical mechanics of komplex network, Rev. Mod. Phys. 74, 47-97 (2002)
- [3] Albert, R., Jeong, H., and Barabasi, A.-L., Diameter of the Word-wide web, Nature 401, 130-131 (1999)
- [4] Albert, R., Barabasi, A.-L., Emergence of scaling in random network, Science 286, 509-512 (1999)
- [5] Dorogovtsec, S.N. and Mendes, J.F.F., Evolution of network with aging of sites, phys. Rev. E 62, 1842 - 1875 (2000)
- [6] de Oliveira P.M.C., Why do Evolutionary Systems Stick to the Edge of Chaos (Theory in Biosciences, Volume 120, Number 1, 1 March 2001, pp.1-19(19))
- [7] Zelinka Ivan, Umělá inteligence, kap.6. "Diferenciální evoluce", Academia, 2004
- [8] Zelinka, I., Vasek, V., Lampinen, J.: SOMA a diferenciální evoluce - nové algoritmy globální optimalizace, Fine Mechanics and Optics, 4/2002, p.112-117, ISSN 0447-6441
- [9] Storn, Rainer and Price, Kenneth (1995). Differential evolution - a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. Technical report TR-95-012, ICSI, March 1995.
- [10] Storn, Rainer and Price, Kenneth (1997). Differential evolution - A simple evolution strategy for fast optimization. Dr.Dobb's Journal, April 97, pp.18-24 and p.78.
- [11] N.Hansen, "Compilation of results on the 2005 CEC benchmark function set", [http://www.ntu.edu.sg/home/epsugan/index\\_files/CEC-05/compareresults.pdf](http://www.ntu.edu.sg/home/epsugan/index_files/CEC-05/compareresults.pdf) May 4, 2006.
- [12] Newman M.E.J., Power laws, Pareto distributions and Zipf's law (Contemporary Physics, Volume 46, Number 5, September 2006, pp.323-351(29))
- [13] Wolfram, S., A New Kind of Science, Wolfram Media, Inc., 2002.